



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و30د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

(1) عَيِّن باقي القسمة الاقليدية للعدد 28 على العدد 9

(2) بَيِّن أَنَّهُ من أَجل كل عدد طبيعي k : $10^k \equiv 1[9]$

(3) استنتج أَن: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$

(4) أ) تحقق أَن: $2^3 \equiv -1[9]$

ب) عَيِّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصَّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كلِّ حالة من الحالات الأربعة الآتية،

مع التعليل:

(1) (u_n) متتالية حسابية أساسها 3 وحدها $u_2 = 1$. الحد العام للمتتالية (u_n) هو :

أ) $u_n = 1 + 3n$ ب) $u_n = 7 + 3n$ ج) $u_n = -5 + 3n$

(2) n عدد طبيعي . المجموع $1 + 2 + 3 + \dots + n$ يساوي :

أ) $\frac{n^2 + n}{2}$ ب) $\frac{n(n-1)}{2}$ ج) $\frac{n^2 + 1}{2}$

(3) x عدد حقيقي. تكون الأعداد $x-2$ ، x ، $x+1$ بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية هندسية

إذا كان: أ) $x=3$ ب) $x=5$ ج) $x=-2$

(4) (v_n) متتالية هندسية معرفة على N ، حدها العام $v_n = 2 \times 3^{n+1}$. أساس المتتالية (v_n) هو :

أ) 2 ب) 3 ج) 6

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عيّن العدد الحقيقي α بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = \alpha - \frac{3}{x+2}$

(2) عيّن النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعدادا صحيحة.

(3) احسب نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالي تعريفها.

(4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$

(f' الدالة المشتقة للدالة f)

ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.

(6) أ) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة -1

ب) بيّن أنّه يوجد مماس آخر (Δ') للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) .

(7) ارسم المماس (Δ) والمنحنى (C_f) .



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = 5v_n + 4$

(1) احسب: v_1 ، v_2 و v_3

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = v_n + 1$

أ- بين أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $q = 5$ وحدها الأول $u_0 = 2$

ب- اكتب u_n بدلالة n واستنتج v_n بدلالة n

ج- حل العدد 1250 إلى جذاء عوامل أولية واستنتج أنه حد من حدود المتتالية (u_n)

(3) أ- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

ب- احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

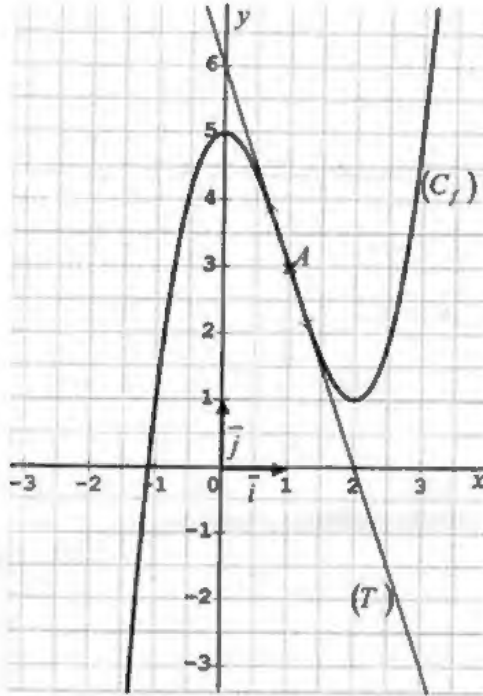
عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

| الاقتراح (ج) | الاقتراح (ب) | الاقتراح (أ) | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--|
| 2 | 5 | 8 | 1 عدد قواسم العدد 1435 هو: |
| 6 | 7 | -1 | 2 إذا كان $a \equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو: |
| 3 | 4 | 2 | 3 العددين 1435 و 2014 متوالقان بترديد: |
| $x^9 + y^9 = 4[5]$ | $x^9 + y^9 = 2[5]$ | $x^9 + y^9 = 3[5]$ | 4 إذا كان $x = 2[5]$ و $y = 2[5]$ فإن: |
| $9 = 7[3]$ | $9 = 7[2]$ | $9 = 7[6]$ | 5 لدينا $27 = 21[6]$ إذن: |

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بتمثيلها البياني (C_f) في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;3)$ كما في الشكل:

I) بقراءة بيانية:



- 1) خمن نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$
 - 2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} وشكل جدول تغيراتها.
 - 3) أ) اكتب معادلة للمماس (T)
 ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T)
 ثم استنتج أن A هي نقطة الانعطاف للمنحنى (C_f)
 - 4) عيّن حلول المتراجحة: $f(x) > 5$
- II) إذا علمت أن f معرفة على \mathbb{R} بالشكل:
- $$f(x) = x^3 + ax^2 + b$$
- حيث: a و b عدلان حقيقيان.
- 1) عيّن العددين a و b
 - 2) تحقق من صحة إجاباتك السابقة حول:
 - أ) اتجاه تغير الدالة f
 - ب) معادلة المماس (T)
 - ج) نقطة الانعطاف A
 - د) حلول المتراجحة: $f(x) > 5$

| العلامة | | عناصر الإجابة |
|------------------------------------|--------|--|
| مجموع | مجزأة | |
| <u>الموضوع الأول</u> | | |
| <u>التمرين الأول: (05 نقاط)</u> | | |
| 05 | 1 | (1) باقي القسمة الاقليدية للعدد 28 على العدد 9 هو 1 |
| | 2×0.5 | (2) $10 \equiv 1[9]$ ومنه $10^k \equiv 1[9]$ |
| | 2×0.5 | (3) $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 4 + 3 + 2 + 1[9] \equiv 1[9]$ |
| | 1 | (4) أ) $2^3 \equiv -1[9]$ لأن: $2^3 + 1 = 9 \equiv 0[9]$ |
| | 1 | ب) تعيين قيم n : $n = 9k$ حيث $k \in \mathbb{N}$ |
| <u>التمرين الثاني: (06 نقاط)</u> | | |
| 06 | 0.5 | 1. الجواب الصحيح : ج) $u_n = -5 + 3n$ |
| | 1 | التعليل : $u_n = u_2 + (n - 2)r$ أو 2 تحقق: $u_n = -5 + 3n$ |
| | 0.5 | 2. الجواب الصحيح : أ) $\frac{n^2 + n}{2}$ |
| | 1 | التعليل : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$ |
| | 0.5 | 3. الجواب الصحيح : ج) $x = -2$ |
| | 1 | التعليل : $x^2 = (x + 1)(x - 2)$ تكافئ $x = -2$ |
| | 0.5 | 4. الجواب الصحيح : ب) 3 |
| | 1 | التعليل : $v_{n+1} = 3v_n$ |
| <u>التمرين الثالث: (09 نقاط)</u> | | |
| 09 | 0.5 | (1) $\alpha = 2$ |
| | 4×0.25 | (2) $x + 2$ يقسم 3 وقواسم 3 في \mathbb{Z} هي: $\{-3; -1; 1; 3\}$ ومنه $\{-5; -3; -1; 1\}$ وبالتالي: $B_1(-5, 3), B_2(-3, 5), B_3(-1, -1), B_4(1, 1)$ |
| | 2×0.5 | (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ |
| | 2×0.5 | $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$ |
| | 2×0.25 | التفسير الهندسي: $x = -2$ و $y = 2$ معادلنا مستقيمين مقاربين |

1

$$f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2} \quad (4) \text{ أ) } \dots\dots\dots$$

0.5

(ب) جدول التغيرات :

(5) إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع محوري الإحداثيات .

2×0.25

$$N\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \text{ و } M\left(0, \frac{1}{2}\right) \dots\dots\dots$$

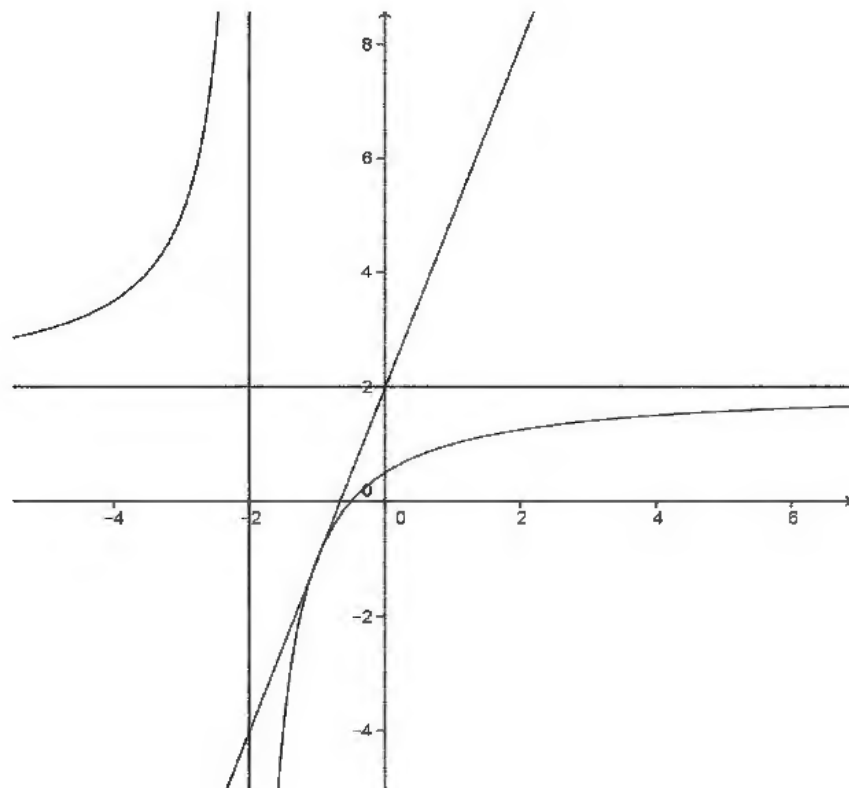
1

(6) أ) معادلة المماس $\Delta : y = 3x + 2$

0.5

(ب) $f'(x) = 3$ تكافئ $x = -1$ أو $x = -3$

1+0.5

(7) رسم Δ والمنحني C_f 

| العلامة | | عناصر الإجابة |
|-----------------------------|---------|---|
| مجموع | مجزأة | |
| الموضوع الثاني | | |
| التمرين الأول: (06 نقاط) | | |
| 06 | 0.75 | (1) $v_3 = 249$ ، $v_2 = 49$ ، $v_1 = 9$ |
| | 1 | (2) أ) $u_0 = 2$ ، $q = 5$ ، $u_{n+1} = 5u_n$ |
| | 2×0.5 | ب) $v_n = 2 \times 5^n - 1$ ، $u_n = 2 \times 5^n$ |
| | 0.75 | ج) $1250 = 2 \times 5^4$ |
| | 0.75 | $2 \times 5^n = 2 \times 5^4$ ومنه $n = 4$ أي: $u_4 = 1250$ |
| | 1 | (3) أ) $S_n = \frac{1}{2}(5^n - 1)$ |
| | 0.75 | ب) $S'_n = \frac{1}{2}(5^n - 1) - n$ |
| التمرين الثاني: (06 نقاط) | | |
| 06 | 1+0.5 | (1) الإجابة أ التبرير: $1435 = 5 \times 7 \times 41$ ومنه عدد القواسم $2 \times 2 \times 2 = 8$ أو إيجاد مجموعة القواسم وعدّها |
| | 0.5+0.5 | (2) الإجابة ب التبرير: $a \equiv -1[8]$ ومنه $a \equiv 7[8]$ |
| | 0.5+0.5 | (3) الإجابة ج التبرير: $2014 - 1435 = 3 \times 193$ |
| | 1+0.5 | (4) الإجابة ج التبرير: $x^9 = 2[5]$ و $y^9 = 2[5]$ ومنه $x^9 + y^9 \equiv 4[5]$ |
| | 0.5+0.5 | (5) الإجابة ب التبرير: $9 \times 3 \equiv 7 \times 3[2 \times 3]$ ومنه $9 \equiv 7[2]$ |
| التمرين الثالث: (08 نقاط) | | |
| 08 | 0.5+0.5 | 1. أ) التخمين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ |
| | 0.75 | (2) اتجاه التغير: f متزايدة تماماً على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ، ومتناقصة تماماً على $[0; 2]$ |
| | 0.5 | جدول التغيرات: |
| | 0.75 | (3) أ) معادلة (T) : $y = -3x + 6$ ، (T) معرف بنقطتين أو بنقطة ومعامل التوجيه -3 |
| | 0.50 | ب) دراسة الوضعية: (C_f) أسفل (T) على المجال $]1; -\infty]$ ، (C_f) أعلى (T) على المجال $[+\infty; 1[$ و (C_f) يقطع (T) في A |
| | 0.25 | نقطة الانعطاف: (T) يخترق (C_f) في A ومنه A نقطة الانعطاف |
| | 0.5 | (4) مجموعة حلول المترابحة هي $]3; +\infty[$ |

| | |
|---------|--|
| 0.5+0.5 | $b=5$ ، $a=-3$ (1. II |
| | (2) أ) $f'(x) = 3x^2 - 6x$ وإشارته $\xrightarrow{-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad 2 \quad + \quad +\infty}$ |
| 1 | f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0; 2]$ |
| 0.5 | ب) معادلة (T) : $y = f'(1)(x-1) + 3$ أي: $y = -3x + 6$ |
| 0.75 { | ج) $f'(x) = 6x - 6$ وإشارته $\xrightarrow{-\infty \quad - \quad 1 \quad + \quad +\infty}$ |
| | ومنه $A(1;3)$ نقطة انعطاف..... |
| 0.5 | د) $f(x) > 5$ تكافئ $x^2(x-3) > 0$ ومنه $x > 3$ أي: $S =]3; +\infty[$ |